

ARAŞTIRMALARDA KARAR SÜRECİ VE BAYES TEORİMİ

Dr. Bio. Serdar YÜKSEL

Milli Eğitim Bakanlığı, Kiraz Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi, Kiraz/İZMİR, e posta:
serdarykl@gmail.com

Uzm.Bio.Özgür EROĞLU

Van Bölge Eğitim ve Araştırma Hastanesi (Uzman) e posta: ozgur27051978@hotmail.com

İş Güv.Uzm. Selçuk YÜKSEL

İş Güvenliği Uzmanı, İZMİR e posta: selcukyq@gmail.com

ÖZET

Bayes teoremi bilimsel araştırmalarda ve özellikle de hastanın durumunu netleştirmede karar süreci oldukça önemlidir. Çoğu durumda hastaya doğru tanıyı koymak için yeterli tıbbi veri bulunmamaktadır. Böyle durumlarda hekim geçmiş deneyimlerinden, hastalıklar ile ilgili olasılıklardan, tıbbi kayıtlardan yararlanarak karar vermek durumunda kalır. Çoğu zaman sistematik bir çalışma içermeyen bu süreçte önseziler, geçmiş deneyimler yardımcı olur. Karar aşamasında ne sade olasılıkları kullanmak nede önseziler ve geçmiş deneyimlere dayanmak kendi başlarına yeterli değildir. Bayes teoremi karar vermenin zorlaştığı, yeterli verilerin bulunmadığı durumlarda koşullu olasılıkları kullanarak, araştırmacıyı gerçeğe daha da yaklaştırmaktadır. Bu anlamda gelişmiş bir olasılık yöntemi olan Bayes teoremi olasılık içeren bütün alanlarda kullanılabilir. Bu çalışmada örnek uygulamaları ile Bayes teoreminin test duyarlılıklarının hesaplanmasında, yetersiz veri olan durumlarda hastalık teşhisinde, Bayes ağlarının hastalık hakkında karar vermede nasıl kullanılacağına değinildi. Elde edilen olasılık sonuçlarının kaba olasılık sonuçlarından oldukça farklı olduğunu, çoğu araştırmada kullanılan bu yöntemin karar sürecinde faydalı olduğunu ayrıca doğru karar vermenin işgücü ve zaman kaybının önüne geçeceğini düşünüyoruz.

Anahtar kelimeler: Bayes teorimi, olasılık, karar algoritmaları, yapay sinir ağları

DECISION PROCESS IN SCIENTIFIC RESEARCH, AND BAYES' THEOREM

SUMMARY

In scientific research and especially in clarifying the patient's situation, the decision process is very important. In most cases, there is not enough medical data to provide the patient with the correct diagnosis. In such cases, the physician has to decide by taking advantage of his / her past experiences, illnesses and medical records. In this process, which often does not involve a systematic study, hindsight helps past experiences. It is not enough to rely solely on hardships and past experiences on what to do in the decision-making process. Bayes' theorem makes the researcher more realistic by using conditional probabilities in cases where it is difficult to make decisions and where there is not enough data. In this sense, Bayes' theorem, which is an advanced method of probability, can be used in all areas with probability. In this study, it was discussed how to use the Bayes' theorem to determine the test sensitivities of the Bayes' theorem, and to use the Bayesian networks to decide on the disease. We think that the probability results obtained are quite different from the rough probability results,

and that this method used in most studies is beneficial in the decision process, and that making the right decision will prevent the loss of labor and time.

Keywords: Bayes theory, probability, decision algorithms, artificial neural networks

GİRİŞ

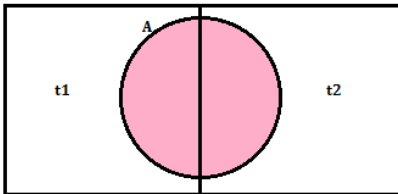
Olasılık ve istatistik bilimlerinin önemli bir teoremidir. Bu teoriyi ilk açıklayan istatistikçi, teolog ve matematikçi İngiliz Thomas Bayes'in (1702-1761) adına atfen Bayes Teoremi denilmektedir. Karar analizinde ve bir olayın (örn., hastalık) olma olasılığının hesaplanmasında kullanılır. Thomas Bayes'in kesin tarih bilinmemekle birlikte 1701 yılında doğduğu tahmin edilmektedir. Edinburgh Üniversitesi'nde presbiteryen vaizliği eğitimi almaya başlayan Thomas Bayes'in 1722 yılına kadar Edinburgh'da kaldığı tahmin edilmektedir. Bayes eğitimini tamamladıktan sonra Londra'ya dönmüştür. Bayes'in hayatında yayınladığı bilinen eserler "İlahi yardımseverlik", "An Attempt to Prove That the Principal End of the Divine Providence and Government Is the Happiness of His Creatures (1731)" ve "An Introduction to the Doctrine of Fluxions, and a Defence of the Mathematicians Against the Objections of the Author of The Analyst (1736)"'dir. Aslında Bayes, teorimini Tanrı'nın varlığını kanıtlamak için öne sürmüştür. Sonrasında teorem istatistiğin bir çok alanında uygulanma olanağı bulmuştur [5]. Özetlemek gerekirse "bu teorem bir rassal değişken için olasılık dağılımı içinde koşullu olasılıklar ile marjinal olasılıklar arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu şekli ile Bayes teoremi bütün istatistikçiler için kabul edilir bir ilişkiyi açıklamaktadır. Bu teorem için ayrıca Bayes kuralı veya Bayes kanunu adları da kullanılmaktadır. Ancak bazı istatistikçiler için Bayes teoremi özel olarak değişik bir önem de taşır. Felsefi temelde olasılık değerlerinin nesnel bir özellik değil, gözlemcinin meydana çıkardığı subjektif bir değer olarak kabul eden subjektivist olasılık düşünürlerine göre Bayes teoremi, yeni kanıtlar ışığında olasılık değeri hakkındaki subjektif inanışların güncelleştirilip değiştirilmesini sağlayan temel bir gereçtir; yani sonsal bir yaklaşımın temelidir. Olasılık teorisi içinde incelenen bir 'olay olarak B olayına koşullu bir A olayı (yani B olayının bilindiği halde A olayı) için olasılık değeri, A olayına koşullu olarak B olayı (yani A olayı bilindiği haldeki B olayı) için olasılık değerinden farklıdır." Bayes teoremi testlerin duyarlılığını belirlemede, istatistiksel veri kullanan tarama testlerine göre kişilerin hasta olup olmama olasılıklarını hesaplamada, kendini sürekli güncelleyen veri tabanlarında dinamik olarak olasılıkları hesaplamakta, yapay sinir ağları, nesne tanıma, spam mail tarama yazılımlarında kullanılmaktadır. Sonuç olarak II. Dünya Savaşı sırasında Nazi Enigma kodunu kırmak için kullanılan Bayes teoremi, ve şimdi bilim, teknoloji, tıp ve daha pek çok alanda belirsizliği yönetmektedir [17].

57

YÖNTEM

Bayes teoreminin temeline incek olursak, teoremin aşağıdaki varsayım ve çıkarımlardan, en sade halinin nasıl türetildiğini görmek mümkün olur;

T_1 ve T_2 'nin bağımsız iki olay olduğu, $T_1 \cap T_2 = \Phi$ olduğu varsayılırsa



Şekil 1. T_1 ve T_2 olay olasılıklarının şematik gösterimi

Burada A olayı koşullu olasılık kullanılarak T_1 ve T_2 olayları türünden yazılabilir:

$$P(T_1 | A) = \frac{P(A | T_1)}{P(A)}$$

A olayı T_1 ve T_2 olaylarında olmaktadır. Bu yüzden A olayı:

$$A = (T_1 \cap A) \cup (T_2 \cap A) \quad \text{'ye eşittir.}$$

Buna göre A'nın olasılığı:

$$P(A) = P(T_1 \cap A) + P(T_2 \cap A)$$

$$P(T_1 | A) = \frac{P(A | T_1)}{P(A) = P(T_1 \cap A) + P(T_2 \cap A)}$$

Çok sayıda olay için formül genelleştirilecek olursa A'nın T_1 de gerçekleşme olasılığı:

$$P(T_j | A) = \frac{P(A | T_j)}{\sum_{i=1}^n P(A \cap T_i)} \quad \text{olur.}$$

Eşitlikte yerine konulursa $P(T_j | A) = P(A | T_j)P(T_j)$ şu şekilde yazılabilir:

$$P(T_j | A) = \frac{P(A | T_j)P(T_j)}{\sum_{i=1}^n P(A \cap T_i)} \quad (\text{Özkan, 2008})$$

Naive Bayes Classifier (Sade Bayes Sınıflandırıcısı)

M sınıfı bilinmeyen bir üye ise, $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ nitelik değerleri. Z_1, Z_2, \dots, Z_n ise sınıf değerleri olduğu farz edilecek olursa

$$P(Z_i | M) = \frac{P(M | Z_i)P(Z_i)}{P(M)} \quad \text{olur.}$$

$P(M/Z_i)$ basitleştirilip, formül sadeleştirilirse;

$$P(M | Z_i) = \prod_{k=1}^n P(m_k | Z_i) \quad \text{olur.}$$

M'nin hangi sınıfa dahil olduğunu belirlemek için $P(Z_i | M)$ 'deki paydalar eşit olmasından dolayı pay değerleri mukayese edilir. Bunlar içinde en yüksek olan aranan değerdir:

$$\arg \max_{z^1} \{P(M | Z_i)P(Z_i)\}$$

Sonrasal olasılıklar için MAP (Maximum A Posteriori Classification) için ise;

$$Z_{MAP} = \arg \max_z \prod_{k=1}^n P(m_k | Z_i) \quad \text{kullanılabilir (Han 2006, Özkan, 2008).}$$

BULGULAR

Bayes sınıflandırıcısı ve Bayes ağları ile olasılığa dayalı karar verme örnek uygulamalarından bazıları şu şekildedir;

Bayes Sınıflandırıcısı Örnek Uygulaması

Biyokimyasal test, tansiyon ve klinik belirtilere göre varsayılan A ve B hastalıklarıyla ilgili bilgilere göre (Tablo 1) "Tansiyonu normal klinik belirtisi hafif biyokimyasal test sonucu pozitif olan bir kişi A veya B hastalıklarına sahip olma olasılıkları nedir?" sorusunun cevabı Bayes teoremine göre şu şekilde hesaplanabilir:

	Tansiyon	Klinik Belirti	Biyokimyasal test	Hastalık
1	Yüksek	Normal	N	A
2	Normal	Ağır	P	B
3	Düşük	Hafif	P	B
4	Düşük	Normal	P	B
5	Normal	Hafif	N	A
6	Yüksek	Ağır	N	B
7	Normal	Hafif	N	B
8	Yüksek	Hafif	P	A

Tablo 1. A ve B hastalığında muhtemel özellikler tablosu.

Tablo 1'deki değerlerden olasılıklar hesaplanarak hesaplamalarda kullanılacak olasılık değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

	KABUL				
		A	B		
	Değeri	Sayısı	Olasılık	Sayısı	Olasılık
TANSİYON	Yüksek	2	2/3	1	1/5
	Normal	1	1/3	2	2/5
	Düşük	0	0	2	2/5
KLİNİK BELİRTİ	Ağır	1	1/3	2	2/5
	Hafif	2	2/3	2	2/5
	Normal	1	1/3	1	1/5
BİYOKİMYASAL TEST	Pozitif	1	1/3	3	3/5
	Negatif	2	2/3	2	2/5

Tablo 2. Olasılık sayıları

$m_1 = \text{Tansiyon} = \text{Normal}$

$m_2 = \text{Klinik Belirti} = \text{Hafif}$

$m_3 = \text{Biyokimyasal Test} = \text{Pozitif}$

Kabul = ?

Yukarıdaki klinik özellikleri gösteren bir kişinin A veya B hastalığına sahip olma olasılığı nedir?

$$Z_1 \text{ Kabul} = A$$

$$Z_2 \text{ Kabul} = B$$

Olasılıkları hesaplanır.

Z₁ Kabul = A olasılığı

$$P(m_1|Z_1) = P(\text{Tansiyon} = \text{Normal} | \text{Kabul} = A) = 1/3$$

$$P(m_2|Z_1) = P(\text{Klinik Belirti} = \text{Hafif} | \text{Kabul} = A) = 1/3$$

$$P(m_2|Z_1) = P(\text{Biyokimyasal Test} = \text{Pozitif} | \text{Kabul} = \text{Evet}) = 1/3$$

$$P(M|Z_1) = P(M | \text{Kabul} = A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{27}$$

$$P(Z_1) = P(\text{Kabul} = A) = \frac{3}{8}$$

$$P(M|Z_1) \cdot P(Z_1) = P(M | \text{Kabul} = A) \cdot P(\text{Kabul} = A)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{27} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2}{72} \Rightarrow 0.027$$

Z₂ Kabul = B olasılığı

$$P(m_1|Z_2) = P(\text{Tansiyon} = \text{Normal} | \text{Kabul} = B) = 2/5$$

$$P(m_2|Z_2) = P(\text{Klinik Belirti} = \text{Hafif} | \text{Kabul} = B) = 1/5$$

$$P(m_2|Z_2) = P(\text{Biyokimyasal Test} = \text{Pozitif} | \text{Kabul} = B) = 3/5$$

Formül 1.8'den dolayı

$$P(M|Z_2) = P(M | \text{Kabul} = B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6}{625}$$

$$P(Z_2) = P(\text{Kabul} = B) = \frac{5}{8}$$

$$P(M|Z_2) \cdot P(Z_2) = P(M | \text{Kabul} = B) \cdot P(\text{Kabul} = B)$$

$$\Rightarrow \frac{6}{625} \cdot \frac{5}{8} = \frac{6}{1000} \Rightarrow 0.006$$

Z₁ Kabul = A olasılığı ve Z₂ Kabul = B olasılığını birlikte değerlendirirsek:

$$Z_{MAP} = \arg \max_z \prod_{k=1}^n P(m_k | Z_i) \text{ bağıntısına göre:}$$

$$\arg \max_{z=1} \{P(M | Z_i)P(Z_i)\} = \max \{0.027, 0.006\} = 0.027$$

0.027 olasılığı A sınıfına dâhildir

Öyleyse Tansiyon = Normal, Klinik Belirti = Hafif ve Biyokimyasal Test sonucu pozitif olan bir kişide A hastalığı olasılığı B hastalığı olasılığından daha yüksektir.

Aynı tablodan yararlanılarak; Tansiyon = Düşük, Klinik Belirti = Hafif ve Biyokimyasal Test sonucu pozitif olan bir kişinin A hastalığı olasılığı ne olur?

Bu durumda $P(m_1|Z_1) = P(\text{Tansiyon} = \text{Düşük} | \text{Kabul} = A) = 0$

$$P(M|Z_1) = P(M | \text{Kabul} = \text{Evet}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0 \Rightarrow 0$$

Evet olasılığı = 0 olur. Bu durumda 0 olasılığı haricindeki olasılıkların hesaplamada hiçbir önemi kalmamıştır. Böyle durumları engellemek için k gibi küçük bir sayıyı oranlara ekleriz.

$$\frac{n + kp}{d + k}$$

k değeri 0 ile 1 arasında iki değer alabilir. p değeri ise muhtemel nitelik sayıdır. k değeri genellikle 1 alınır. Bu örnekte p = 3 ise,

$$P(M|Z_1) = P(M | \text{Kabul} = A) = \frac{1 + 0.3}{3 + 1} \cdot \frac{2 + 0.3}{3 + 1} \cdot \frac{0.3}{3 + 1} \Rightarrow 0.014 \text{ bulunur}$$

Test duyarlılıklarının hesaplanmasında Bayes Teoremi

Herhangi bir hastalığın teşhisi için yeni bir test geliştirildiğini farz edelim. Bu hastalığın insanlarda görülme sıklığının 5/1000 olduğunu farz edelim, bu test için ön bilimiz, testin hasta olanlar üzerinde denendiğinde 95% pozitif sonuç verdiği olsun.

Bu test güvenilir midir? 95% yüksek bir oran olduğu için testin güvenli olduğu yolunda hissiyata sahip olabiliriz. Fakat Bayes Teoremi bu durumda ne demektir? Gerekli hesaplamalar yapılacak olursa;

Notasyonlar;

a = testin uygulandığı kişide pozitif sonuç vermesi (teste göre "kişi hasta") b = kişinin hasta olması (teste göre değil, gerçekten hasta) Böylece;

a' = testin uygulandığı kişide negatif sonuç vermesi, b' = kişinin hasta olmamasıdır. Bu durumda başta verilen bilgileri kullanırsak;

$$p[a|b] = p[a'|b'] = 0.95 \text{ (kişi hasta (b) ve test uygulanmış(a))}$$

$$p[b] = 0.005 \text{ (bir kişinin hasta olma olasılığı, ya da bu hastalığa rastlanma sıklığı)}$$

Bayes teoremini kullanılarak olasılık;

$$p[b | a] = \frac{(p[b] * p[a | b])}{(p[a | b] * p[b] + p[a | b'] * p[b'])}, p[b | a] = \frac{[(0.005)(0.95)]}{(0.95)(0.005) + (0.05)(0.995)} = 0.087$$

olarak hesaplanır. Sonucu şu şekilde yorumlarsak; bu test pozitif sonuç verdiğinde aslında o kişinin hasta olma olasılığı 8.7% dir. Bu değere göre testin %91,3 oranında yanlış pozitif sonuç vereceği ortaya çıkmaktadır. Bu durumda bu test güvenilirmezdir diyebiliriz.

Bayes Ağları (Bayesian Network)

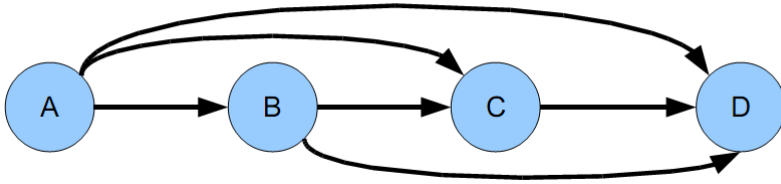
Bayes ağları grafik modeller arasında yer alır. Değişkenlere ait koşullu olasılık dağılımlarını göstermek ve değişkenlere ait alt kümeler arasındaki koşullu bağımsızlıkları ortaya koymak için Bayes ağları kullanılabilir. (Jensen 2001). Bayes ağları sınıflandırma amacıyla kullanılabilir. Bayes ağına yöneltilen sorulara göre farklı sonuçlar üretilebilir.

Sonraki olasılık = Koşullu olasılık * önceki olasılık / Marjinal olasılık

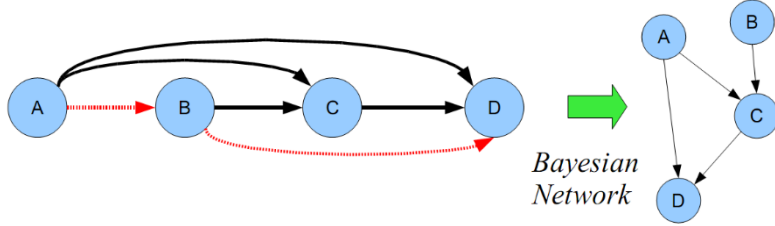
$$P(R=r | e) = P(e | R=r) P(R=r) / P(e)$$

$$P(e) = P(R=0, e) + P(R=1, e) + \dots = \sum P(e | R=r) P(R=r)$$

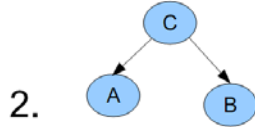
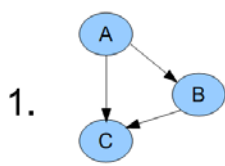
Zincir Kuralı : $P(A, B, C, D) = P(A)P(B|A)P(C|A, B)P(D|A, B, C)$



Bağımsızlık kuralı : $P(A, B, C, D) = P(A)P(B)P(C|A, B)P(D|A, C)$

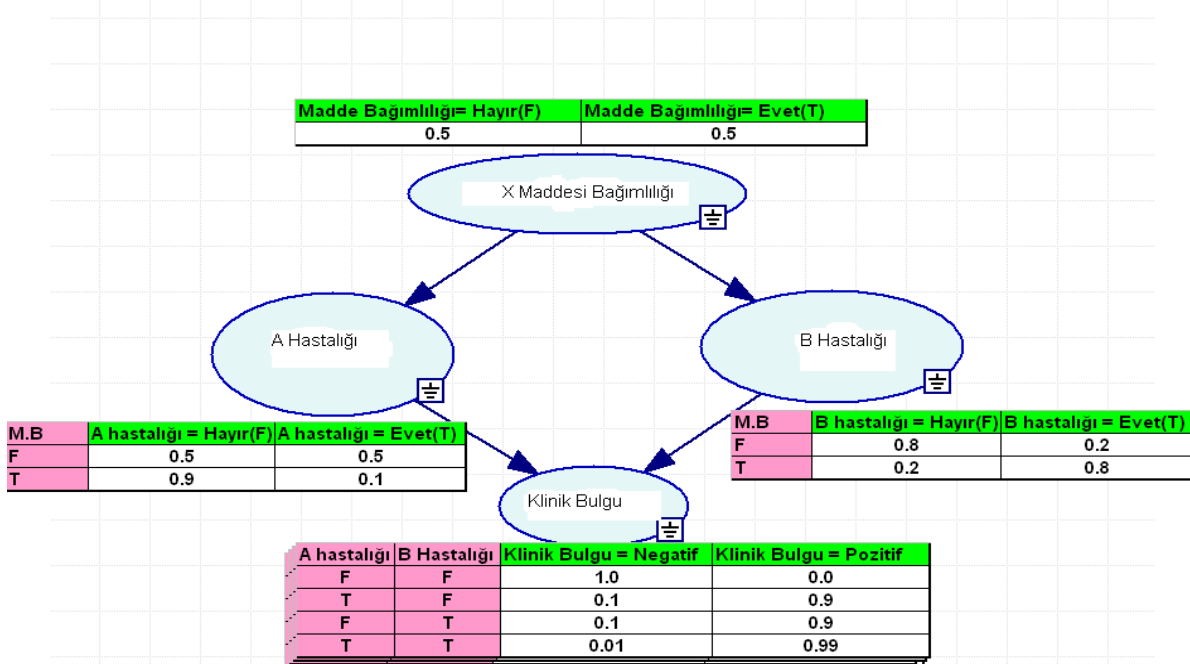


$$P(x_1, x_2, \dots, x_n | G) = \prod_{i=1}^n P(x_i | pa_G(x_i))$$



1. $P(A, B, C) = P(A)P(B|A)P(C|A, B)$
 2. $P(C, A, B) = P(C)P(A|C)P(B|C)$

Bayes ağları kurmadaki amaç ağa çeşitli sorular sorarak sonuçlara ulaşmaktır. Aşağıdaki örnekte klinik bulguların nedenleri araştırılmaktadır. Klinik bulgulara bakarak A veya B hastalığının olasılıkları belirlenmiştir.



Şekil 2. Madde bağımlılığı ağı

$$P(KB = 1) = \sum_{mb_1b_1a} P(MB = mb_1A = a_1B = b_1KB = 1) = 0.6471$$

$$P(A = 1 | KB = 1) = \frac{P(A = 1, KB = 1)}{P(KB = 1)} = \frac{\sum_{c_1r} P(MB = mb_1A = 1, B = b_1KB = 1)}{P(KB = 1)} = \frac{0.2781}{0.6471} = 0.430$$

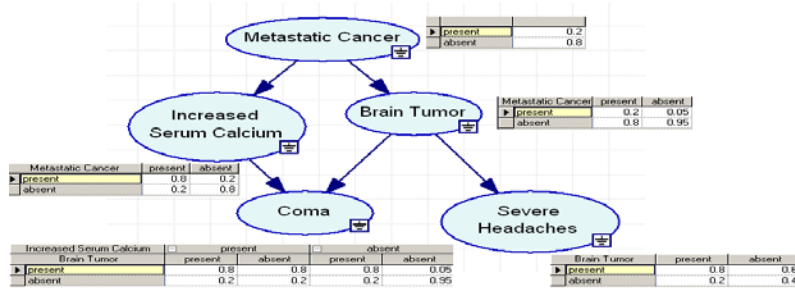
$$P(A = 1 | KB = 1) = \frac{P(B = 1, KB = 1)}{P(KB = 1)} = \frac{\sum_{c_1r} P(MB = mb_1A = a_1B = 1, KB = 1)}{P(KB = 1)} = \frac{0.4581}{0.6471} = 0.708$$

$$\max \{0.430, 0.708\} = 0.708$$

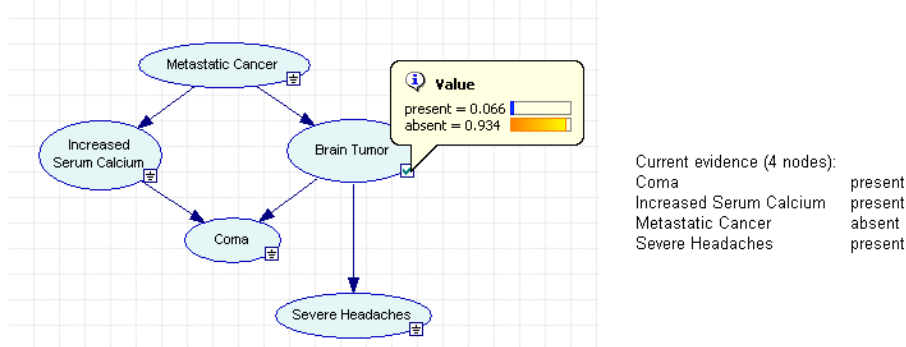
Bayes teorimi ile ilgili bilgisayar yazılımı uygulamaları

Aşağıdaki örnekte Genie 2.0 Bayesian Network yazılımında kanser networkunun stimülasyonu yapılmıştır. Şekil 2’de Networkun yapısı ve olasılık tabloları verilmiştir. (Olasılık tabloları konunun uzmanları tarafından oluşturulmaktadır.) networka bu örnekte iki farklı durum için Brain tumor (beyin tümörü) olasılıkları sorulmuştur. Şekil 4 ve Şekil 5’de bu durumlar belirtilmiştir. Coma (koma) (+), increased serum calcium (artmış kan kalsiyum seviyesi) (+), metastatic cancer (metastaz yapmış kanser) (-) ve severe headaches (ciddi baş ağrısı) (+) olması durumlarına göre hastanın beyin tümörü olma olasılığı. 0.066 iken, 2. durumda; coma (-), increased serum calcium (-), metastatic cancer (-) ve severe headaches (+) olması durumlarına göre beyin tümörü olasılığı 0.015 bulunmuştur.

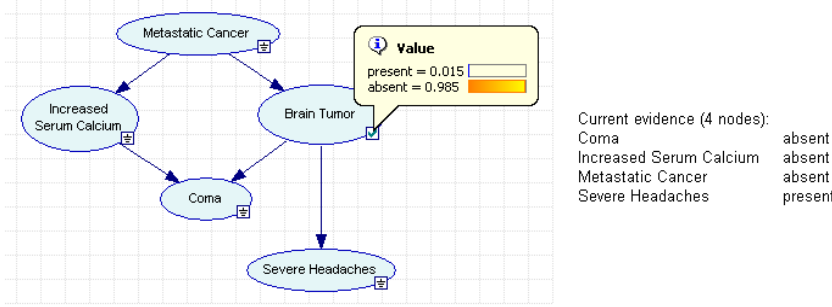
63



Şekil 3. Koma ve kanser olasılıkları için Bayes ağı



Şekil 4. Koma (+), serum kalsiyum yükselmesi (+), metastaz yapmış kanser (-) ve şiddetli baş ağrısı (+) olması durumlarına göre beyin tümörü varlığının olasılığı.



Şekil 5. Koma (-), serum kalsiyum yükselmesi (-), metastaz yapmış kanser (-) ve şiddetli baş ağrısı (+) olması durumlarına göre beyin tümörü varlığının olasılığı.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bayes teorisi veri madenciliği, biyoinformatik, DNA dizi analizi, hava tahminleri, şifre çözme, antivirüs yazılımları, biyoistatistik, nesne tanıma, yapay zeka, veri tabanı uygulamaları, şüpheli harcamaların ve kredi kartı dolandırıcılıklarının belirlenmesinde ve sayamacağımız birçok alanda diğer veri madenciliği uygulamaları ile birlikte başarılı bir biçimde kullanılmaktadır Cooper ve ark. (1984), Goodman (1999), Harrel (2001), Diamond (2004). Gurrin ve ark (2004), Harbison (2006), Virseda ve ark. (2003), Bayes teoremini biyoistatistik çalışmalarında, Canals (2003) tıbbi görüntülerin yorumlanması ve analizinde, Cossalter ve ark. (2011) kapsamlı ağlarda veri madenciliğinde, Fink ve ark. Tıbbi araştırmalarda yapay zekâ kullanılmasında ve Salini (2009) Bayes ağlarını müşteri memnuniyetinin belirlenmesi çalışmalarında kullanmışlardır. Ülkemizde ise bu konuda Özkan (2008) Veri Madenciliği eserinde Bayes teoremine geniş yer ayırmıştır. Ülkemizde ayrıca Çinicioğlu ve ark. (2008) Bayes ağlarının oluşturulmasında farklı yaklaşımlar üzerinde durmuş, Eraldemir ve Yıldırım (2014) text analizinde Bayes sınıflandırıcısını kullanmış, Kılıç (2018) EKG verilerinin işlenmesinde Bayes teoremini ele almış, Uçar ve ark (2010) tüberküloz enfeksiyonlarının değerlendirilmesinde, Parlak ve Uysal (2015) tıbbi veri tabanlarının sınıflandırılmasında, Atalay ve ark. (2011) trafik kazalarının analizinde, Olgun (2012) grafiklerin örüntü analizlerinde, Bozkurt ve ark. Rf tabanlı konum belirleme verilerinde sınıflandırıcı seçiminde Bayes teoremini kullanmışlardır. Biz ise bu çalışmada mevcut verileri kullanarak hastalıkların sınıflandırılması ve teşhisin kolaylaştırılmasında, test duyarlılıklarının hesaplanmasında Bayes teoremini kullandık, Ayrıca Bayes ağları kullanarak kritik durumdaki hastaların teşhisi konusunda karar vermede Bayes teoremini uygulanan örnekler verdik. Teorinin ve Bayes ağlarının iyi anlaşılması için hesaplamalar ve formüller derivasyonları atlanmadan aşama aşama verildi. Verilen örneklere ilave olarak Bayes ağları pratik uygulamaları için GeNIe Bayes' yazılımının nasıl kullanılacağına örnek bir uygulama ile değinildi. Bu çalışmada verdiğimiz örnekler ayrıca risk analizlerine, hava tahminlerine, DNA dizi analizlerine, sınıflandırma ve olasılık içeren diğer çalışmalara uyarlanabilir. Bayes teoremi koşullu olasılıkları kullanması, kullandığı olasılık değerlerinin yeni verilerle sürekli güncellenmesi dinamik veri tabanı uygulamalarında, öğrenmeye dayalı nesne tanıma ve yapay zeka uygulamalarında verimli olacağını düşünüyoruz.

KAYNAKLAR

Cooper A, Gregory F. (1984). Nestor: A computer-based medical diagnostic aid that integrates causal and probabilistic knowledge. PhD thesis, Medical Information Sciences, Stanford University, Stanford, CA, 1984

Han J, Kamber M, 2006 *Data Mining: Concepts And Techniques*. Morgan Kaufmann.

Jensen F.V, 2001 *Bayesian Networks And Decision Graphs*. Springer

Özkan Y. 2008 *Veri Madenciliği Yöntemleri (Data Mining Methods)* Papatya Yayıncılık İstanbul.

Çingir H, 2018. Veri madenciliği modelleri, Web Sitesi:

yunus.hacettepe.edu.tr/~hcingir/ist376a/6Bolum.doc, Erişim Tarihi: 19/11/2018

Goodman SN. Toward evidence-based medical statistics. 2: The Bayes factor. *Ann Intern Med.* 1999 Jun 15;130(12):1005-13.

Goodman SN. Toward evidence-based medical statistics. 1: The P value fallacy. *Ann Intern Med.* 1999 Jun 15; 130(12):995-1004.

Harrell FE Jr, Shih YC. Using full probability models to compute probabilities of actual interest to decision makers. *Int J Technol Assess Health Care.* 2001 Winter; 17(1):17-26.

Diamond GA, Kaul S. Prior convictions: Bayesian approaches to the analysis and interpretation of clinical megatrials. *J Am Coll Cardiol.* 2004 Jun 2; 43(11):1929-39.

Gurrin LC, Kurinczuk JJ, Burton PR. Bayesian statistics in medical research: an intuitive alternative to conventional data analysis. *J Eval Clin Pract.* 2000 May; 6(2):193-204.

Gurrin LC, Kurinczuk JJ, Burton PR. Bayesian statistics in medical research: an intuitive alternative to conventional data analysis. *J Eval Clin Pract.* 2000 May;6(2):193-204. PMID: 10970013

Canals M. [Quantitative basis for medical imaging analysis: Information theory and Bayesian inference]. *Rev Med Chil.* 2003 May;131(5):553-61. Spanish. PMID: 12879818

Harbison J. Clinical judgement in the interpretation of evidence: A Bayesian approach. *J Clin Nurs.* 2006 Dec;15(12):1489-97. Review.

Vírveda Chamorro M, Salinas Casado J, Hernández Lao A. [Bayesian methodology: an alternative to regular medical practice]. *Arch Esp Urol.* 2003 Nov;56(9):977-82. Spanish.

Michele Cossalter , Ole Mengshoel , Ted Selker, Visualizing and understanding large-scale Bayesian networks, Proceedings of the 17th AAAI Conference on Scalable Integration of Analytics and Visualization, p.12-21, January 01, 2011, Menlo Park, California

Eugene Fink , Princeton K Kokku , Savvas Nikiforou , Lawrence O Hall , Dmitry B Goldgof , Jeffrey P Krischer, Selection of patients for clinical trials: an interactive web-based system, *Artificial Intelligence in Medicine*, v.31 n.3, p.241-254, July, 2004

Wang H., User interface tools for navigation in conditional probability tables and elicitation of probabilities in Bayesian networks. UAI'00 Proceedings of the Sixteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence Pages 617-625 Stanford, California — June 30 - July 03, 2000

Software, 2018. GeNIe Ver.2.0 (<http://genie.sis.pitt.edu/>)

Silvia Salini & Ron S. Kenett (2009) Bayesian networks of customer satisfaction survey data, *Journal of Applied Statistics*, 36:11, 1177-1189, DOI: 10.1080/02664760802587982

Çinicioğlu, E. N., Ekici, Ş. E. ve Ülengin, F. (2015). Bayes ağ yapısının oluşturulmasında farklı yaklaşımlar: Nedensel Bayes ağları ve veriden ağ öğrenme. Sn. Prof. Dr. Halil Sariaslan'a armağan kitabı içinde (267-284 ss.). Ankara: Siyasal Kitabevi.

S. G. Eraldemir and E. Yıldırım, "Classification of simple text reading and mathematical tasks from EEG," 2014 22nd Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Trabzon, 2014, pp. 180-183. doi: 10.1109/SIU.2014.6830195

Kılıç, Bedia Sündüz. Bayes ağları kullanarak medikal transtorasik ekokardiyografi verilerinin işlenmesi ve teşhis yazılımı geliştirilmesi.
<http://acikerisim.pau.edu.tr/xmlui/bitstream/handle/11499/1410/>

T. Uçar, D. Karahoca and A. Karahoca, "Predicting the existence of mycobacterium tuberculosis infection by Bayesian Networks and Rough Sets," 2010 15th National Biomedical Engineering Meeting, Antalya, 2010, pp. 1-4. doi: 10.1109/BIYOMUT.2010.5479850

B. Parlak and A. K. Uysal, "Classification of medical documents according to diseases," 2015 23rd Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Malatya, 2015, pp. 1635-1638. doi: 10.1109/SIU.2015.7130164

Atalay, Muhammet; Yorulmaz, Harun; Önay, Onur; Çinicioğlu, Esmâ Nur. Trafik Kazaları Analizi için Bayes Ağları Modeli (Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği 31. Ulusal Kongresi, 2011)

Olgun M., İstatistiksel özellik temelli Bayes sınıflandırıcı kullanarak kontrol grafiklerinde örüntü tanıma Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi; Cilt 27, Sayı 2 (2012)

S. Bozkurt, S. Günal, U. Yayan and V. Bayar, "Classifier selection for RF based indoor positioning," 2015 23rd Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Malatya, 2015, pp. 791-794. doi: 10.1109/SIU.2015.7129947